# 交叉滚子转盘轴承的非线性刚度分析

黄东升,顾克秋
(南京理工大学 机械工程学院,江苏 南京 210094)

**摘　要**:非线性刚度分析是转盘轴承分析的重要部分之一。以经典 Hertz 接触理论为基础,采用 Palmgren 改进公式,建立轴向和翻倒力矩平衡公式。推导各种情况下,位移与载荷的解析关系式。根据交叉滚子转盘轴承的实际尺寸,建立刚度分析有限元模型。充分利用有限元软件在解决接触非线性问题方面的优势,得到不同载荷下,模型的非线性分析结果。通过刚度定义,计算处理得到,交叉滚子转盘轴承的轴向和翻转刚度。

**关键词**:转盘轴承;非线性刚度分析;有限元
**中图分类号**:TH113　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1671-5276(2013)05-0019-05

## Analysis of Nonlinear Stiffness of Cross Roller Slewing Bearing

HUANG Dong-sheng, GU Ke-qiu
(School of Mechanical Engineering, NUST, Nanjing 210094, China)

**Abstract**: The analysis of the nonlinear stiffness is one of the important slewing bearing analyes. Firstly, based on the Hertz contact theory, using Updated Plamgren formula, this paper establishes the balanced equation of vertical load and overturning model and gets the relationship between the displacement and the load in different cases. Then, it builds the FEA model according to the real dimension of the slewing bearing and makes full use of the FEA software's ability of solving nonlinear contact to get different results of analysis under different loads. At last, according to the definition of stiffness, it gets the nonlinear stiffness of slewing bearing by calculating the results.

**Keywords**: slewing bearing; nonlinear stiffness; FEA

## 0　绪论

近年来,回转轴承随着主机行业的迅速发展而得到广泛应用,现已经扩展到军事装备、港口机械、运输机械等,已成为机械回转装置上不可或缺的重要部件之一。

随着转盘轴承在工程上的运用越来越广泛,与之相应的强度,刚度及寿命分析的研究也凸显出其重要性。交叉滚子转盘轴承的非线性刚度,对于机械设备整体动力学分析至关重要。

## 1　转盘轴承的经典赫兹解

### 1.1　理论计算条件假设

参照国内外轴承理论,在建模计算中进行如下假设:1)交叉滚子轴承外圈固定,载荷加载轴承内圈上;2)忽略交叉滚子轴承内外圈的整体变形;3)交叉滚子轴承转速很慢,不考虑轴承上产生的附加动载荷;4)不考虑滚动体与内外圈之间的摩擦。

### 1.2　滚子线接触刚度分析

在交叉转盘轴承中,滚子与内外套圈的接触为典型的有限长线接触。滚子滚道线接触的弹性趋近量是轴承分析中的基本公式。Hertz 线接触理论没有像点接触理论得到完善,用平面应变问题来处理无限长圆柱与弹性半空间的接触,但没能得到法向接触变形的理论解。

Plamgren[1] 给出的经验公式:

$$\delta=3.81\times\left[\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}\right]^{0.9}\frac{Q^{0.9}}{L_{We}^{0.8}} \tag{1}$$

式中:$\nu_1,\nu_2$ 为泊松比;$E_1,E_2$ 为弹性模量;$Q$ 为滚子载荷;$L_{We}$ 为滚子有效长度。对于钢制轴承,有 $\nu_1=\nu_2=0.3$,$E_1=E_2=206$ Gp,于是有公式:

$$\delta=3.84\times10^{-5}\frac{Q^{0.9}}{L_{We}^{0.8}} \tag{2}$$

式(2)是 Plamgren 基于大量的实验数据,处理分析所得。在滚动轴承工程运用中,得到了广泛使用。但式(2)表明,无论滚子和套圈的直径如何,都不改变弹性趋近量,即式(2)只与接触间的载荷 $Q$,滚子有效长度 $L_{We}$ 有关,而与其余参量无关。很明显,式(2)还需要改进。

鉴于 Plamgren 公式不能反映滚子和套圈直径对弹性趋近量的影响,罗天宇和罗继伟[2] 研究了建立圆柱与弹性半空间模型,通过数值方法得到弹性趋近量—滚子直径关系曲线,如图 1 所示。

在 Plamgren 公式的基础上,引入一个弹性趋近量—滚子直径曲线的拟合项,得到最终式:

$$\delta=4.83\times10^{-5}\frac{Q^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}}(1\pm k)^{0.1} \tag{3}$$

**作者简介**:黄东升(1987-),男,江苏南通人,硕士研究生,研究方向为现代机械设计理论与方法。



万方数据

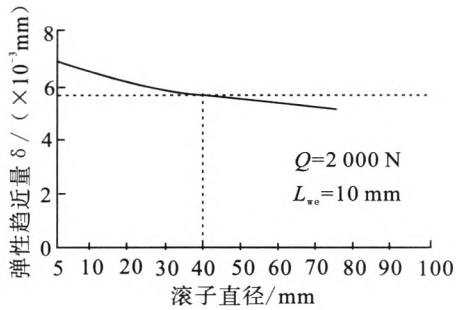



**图1　$\delta$-$D_W$ 曲线**

式中,$D_W$ 为滚子直径;$k=D_W/d_r$,$d_r$ 为滚道直径。作为 Plamgren 公式的修正公式,已经得到验证其实用性。

但是,对于忽略内外圈整体变形的假设,式(3)还不能直接使用,这是因为该式默认内外圈是柔性体。所以,推导得滚动体为柔体、内外圈为刚体的修正公式:

$$\delta=2.588\times10^{-5}\frac{Q^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}}(1\pm k)^{0.1} \tag{4}$$

所以,将使用式(4)作为后续分析的基础公式。

## 1.3　力平衡公式推导

轴承受力分析主要包括两方面,1) 单个滚动体与滚道间的接触分析,由上文已经得到弹性趋近量分析结果;2) 整个轴承在外载荷的作用下,各滚动体的受载分布,本节将讨论这一问题。

对于大直径的转盘轴承,大多承受轴向和翻转力矩,在工程运用中,如挖掘机,盾构机等,径向所受到的载荷非常小,所以,本文不考虑径向载荷,只分别建立承受轴向和翻转载荷的模型。

首先,建立转盘轴承在坐标系中模型,如图2所示。

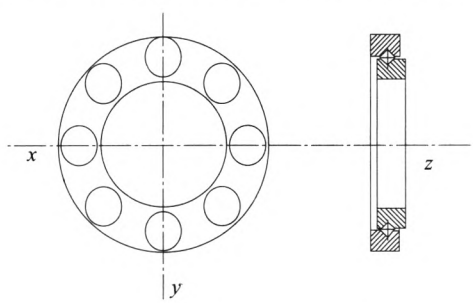



**图2　转盘轴承在坐标系中**

1) 轴向力

根据转盘轴承的静力平衡条件:轴承中每个滚子分别对滚道产生的轴向力之和与轴承 $z$ 方向所受的轴向力平衡如图3所示。

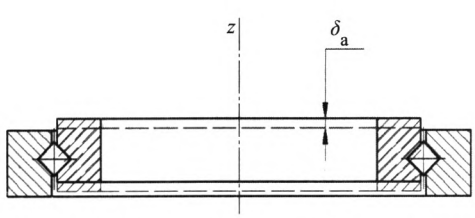



**图3　转盘轴承在受纯轴向载荷变形**

轴向位移为 $\delta_a$,则内外圈滚道间的位移为:

$$\bar{\delta}_a=\delta_a\times\sin(45^\circ) \tag{5}$$

$$\bar{\delta}_a=2\times2.588\times10^{-5}\frac{F_{an}^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}}(1\pm k)^{0.1} \tag{6}$$

$$F_{an}=\frac{F_a}{Z\sin(45^\circ)} \tag{7}$$

式(5),(6),(7)中:$\bar{\delta}_a$ 为与滚动体接触的内外圈表面法向位移;$F_a$ 为施加在转盘轴承上的轴向力;$F_{an}$ 为第 $n$ 个滚柱与内外套圈间的法向接触力;$Z$ 为滚子对数。整理式(5),(6),(7)可得轴向位移和轴向载荷的关系式,得:

$$\delta_a=2\times2.588\times10^{-5}\frac{F_a^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}Z^{0.9}\sin(45^\circ)^{1.9}}(1\pm k)^{0.1} \tag{8}$$

2) 翻转力矩

在翻转力矩的作用下,内外圈发生相对转动角度 $\theta$,且只有一半的滚柱承受载荷,如图4所示。

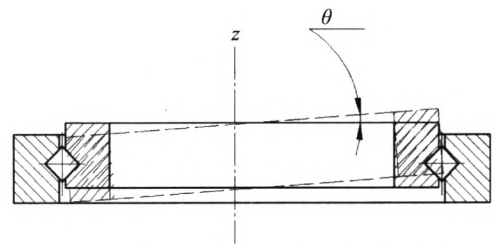



**图4　转盘轴承受纯翻转力矩载荷变形**

内外圈滚道间的位移为:

$$\overline{\delta_{nM}}=\frac{D_m\times\tan\theta\times\cos(n\times\beta)}{2\sin(45^\circ)} \tag{9}$$

$$\overline{\delta_{nM}}=2\times2.588\times10^{-5}\frac{F_{nM}^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}}(1\pm k)^{0.1} \tag{10}$$

整理式(9)、式(10)可以得到各滚动体变形协调方程:

$$\frac{D_m\times\tan\theta\times\cos(n\times\beta)}{2\sin(45^\circ)}=2\times2.588\times10^{-5}\frac{F_{nM}^{0.9}}{L_{We}^{0.74}D_W^{0.1}}(1\pm k)^{0.1} \tag{11}$$

对于每个承受载荷的滚动体,实际受到不同的轴向力,各滚动体轴向力对 $x$ 轴的力矩之和,与翻力矩平衡,可得式(12)。

翻转力矩平衡方程:

$$\sum\frac{F_{nM}\sin(45^\circ)D_m}{2}=M \tag{12}$$

## 1.4　实例分析

本文研究的 110.20.0990.001.04.03F1 型交叉滚子回转支承,其滚柱规格为 $D20*19.6$ mm,共58对116个滚柱,均布分布,接触角 $\alpha=45°$;支承座内径 $d=890$ mm,支承座外径 $D=1\,075$ mm 滚动体材料为 $GC_r15$,泊松比0.3,弹性模量206 GMp。

1) 轴向力

把各参数代入式(8)得:



万方数据

$$\delta_a = 2\times2.588\times10^{-5}\frac{\left(\frac{1}{20}\right)^{0.1}}{58^{0.9}\times18.58^{0.74}\sin^{1.9}(45^\circ)}F_a^{0.9}$$

$$\delta_a = 2.206\,433\times10^{-7}F_a^{0.9} \tag{13}$$

2）翻转力矩

把各参数代入式(11)得：

$$\tan\theta = 2\times2\times2.588\times10^{-5}\frac{F_{nM}^{0.9}\left(\frac{1}{20}\right)^{0.1}}{18.58^{0.74}\times990\times\cos(n\times\beta)\sin(45^\circ)},\ n=0,2,4,6\cdots28$$

整理得：

$$F_{nM} = (7.864\,1\times10^7)^{\frac{10}{9}}\tan^{\frac{10}{9}}\theta\cos^{\frac{10}{9}}\left(\frac{n\times90}{29}\right)$$

把上式代入翻转力矩平衡方程(12)，得：

$$\frac{0.5F_{0M}\sin(45^\circ)D_m}{2}+\sum_{n=1}^{14}\frac{F_{2nM}\sin(45^\circ)D_m}{2}=\frac{M}{4}$$

$$\frac{\sin(45^\circ)}{2}(7.864\,1\times10^7)^{\frac{10}{9}}\times\tan^{\frac{10}{9}}\theta\times D_m\left(0.5+\sum_{n=1}^{14}\cos^{\frac{10}{9}}\frac{2n\times90}{29}\right)=\frac{M}{4}$$

得到：

$$\tan\theta = 2.611\,406\times10^{-12}M^{0.9} \tag{14}$$

# 2　有限元方法计算

## 2.1　有限元模型简化

对于交叉滚子转盘轴承有限元模型，因为滚动体的数目是普通轴承的数倍，与内外圈接触的数目随之也增多，所以，非线性程度非常高，需要高配置硬件设备，给模型计算带来极大困难。但可以根据各受力情况，对模型进行适当合理的简化。

轴向力：因为滚动体只有圆柱面和内外圈接触，所以只有一半的滚动体受到轴向载荷。可以建立 1/58 模型，对于不受力的滚动体不建立，如图 5 所示。

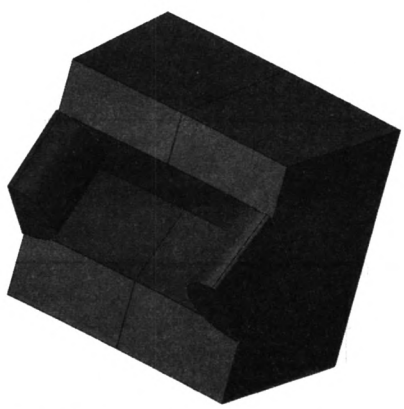


**图 5　承受轴向力的滚动体与外圈模型**

翻转力矩：对于承受翻转力矩模型，外圈固定不动，内圈在载荷的作用下，发生倾斜。从每个滚动体的角度来考察，相当于每段内圈轴向向下位移，所以整个轴承模型只有一半的滚动体承受载荷，即相间的滚动体承受载荷。整个模型相对于 $zx$ 面对称，相对于 $yz$ 面反对称。所以，简化成 1/4 模型，如图 6 所示。

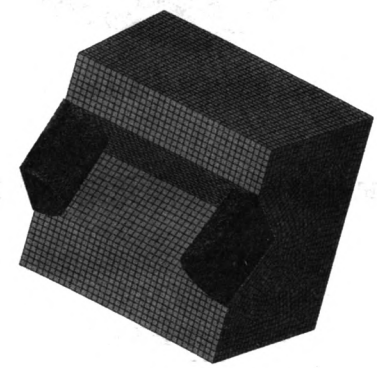
**图 6　承受翻转力矩的滚动体与外圈模型**

## 2.2　有限元计算

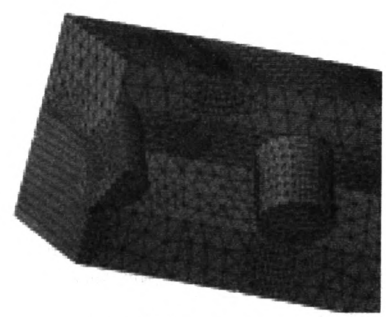
1）网格划分

为了保证接触计算精度，采用三维六面体单元对几何有限元网格划分。对于径向和翻转力矩模型，如果采用同轴向模型一样的单元尺寸和单元类型，模型大小会急剧加大，由于计算机硬件配置的限制，导致内存不够无法计算。所以，必需进行简化。

接触区域采用 C3D8I 单元，单元大小不能大于接触面半宽，接触面半宽由 Hertz 线接触理论求得。非接触区域采用 C3D4 单元，单元大小采用比例缩减方式根据距离接触区域远近而变化。各工况网格如图 7 所示。



(a)轴向载荷模型网格



(b)翻转力矩载荷模型网格

**图 7　模型网格**

2）边界条件

转盘轴承模型中，包括大量的接触的条件，是高非线性模型。不同的载荷，接触区域大小不同，所以轴承的各向刚度都是非线性刚度。本文计算各不同载荷下，各方向



万方数据

的位移(角位移)。

在轴承的轴线上建立与内圈运动耦合的参考点,内圈的边界条件和载荷加在此参考点上;外圈只加载边界条件,它的载荷由滚动体传递,所以根据不同的载荷情况,相应地在外圈上定义边界条件;滚动体在各自的径向平面内保持不动,否则出现刚体位移,所以在各滚动体上定义径向位移为零。

3) 接触定义

接触问题是一种高度的非线性问题,接触单元是覆盖在分析模型接触面上的单元层,有限元会通过所设定的接触单元来识别可能的接触对。

如图 8 所示,因为内外圈是刚体,所以与滚动体接触的套圈外表面是主面,滚动体上接触面设为从面。对于接触模型,软接触更能使模型收敛,但计算结果会使位移变大,刚度变小,结果与实际相差很大,所以采用是硬接触,更接近实际情况。滚动体和内外圈间为光滑摩擦,即没有摩擦力。

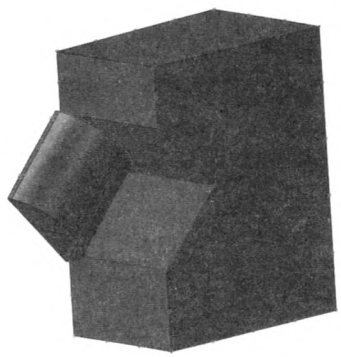


**图 8　滚动体与外圈接触定义**

## 3　经典赫兹解与有限元结果比较分析

计算该模型经典赫兹解,及有限元模型并提取计算结果,如表 1 和图 9—图 12 所示。

**表 1　各模型计算结果及刚度分析**

| 轴向力/kN | 赫兹解轴向位移/μm | 有限元轴向位移/μm | 赫兹解轴向刚度/(N/μm) | 有限元轴向刚度/(N/μm) |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 0.470 7 | 0.390 5 | 10 622.4 | 12 804.1 |
| 64 | 4.669 3 | 4.168 0 | 13 706.5 | 15 355.0 |
| 128 | 8.713 2 | 7.633 9 | 14 690.3 | 167 67.3 |
| 192 | 12.550 5 | 10.940 5 | 15 298.2 | 17 549.4 |
| 256 | 16.259 4 | 14.081 5 | 15 744.7 | 18 179.8 |
| 320 | 19.875 8 | 17.104 2 | 16 099.9 | 18 708.8 |
| **翻转力矩/(kNm)** | **赫兹解角位移/(°)** | **有限元角位移/(°)** | **赫兹解翻转刚度 Nmm/(°)** | **有限元翻转刚度 Nmm/(°)** |
| 4 | 1.308 7e-4 | 1.285 7e-4 | 3.056 4e7 | 3.111 1e7 |
| 16 | 4.552 7e-4 | 4.714 0e-4 | 3.514 3e7 | 3.394 1e7 |
| 32 | 8.504 1e-4 | 8.875e-4 | 3.762 8e7 | 3.605 6e7 |
| 48 | 1.224 9e-3 | 1.277 7e-3 | 3.918 6e7 | 3.756 7e7 |
| 64 | 1.586 9e-3 | 1.652 3e-3 | 4.033 0e7 | 3.873 3e7 |
| 80 | 1.939 8e-3 | 2.022 4e-3 | 4.124 1e7 | 3.955 6e7 |

由表 1 及图 9~图 12 可知,文中所述理论计算方法所得结果和有限元所得结果比较吻合,使得经典赫兹解和有限元解相互验证,为转盘轴承的工程应用及选择提供了依据。

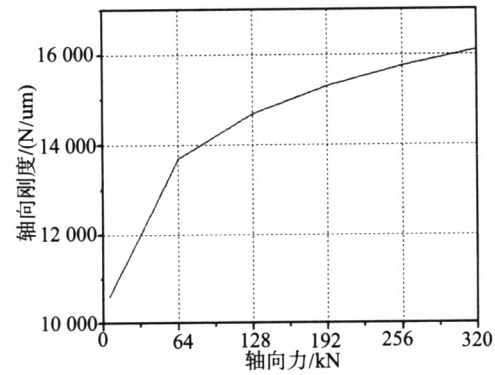



**图 9　赫兹解轴向刚度**

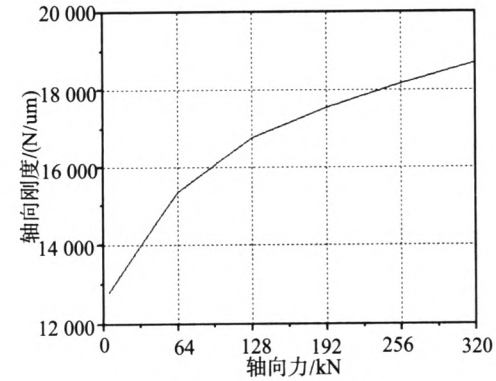



**图 10　有限元轴向刚度**

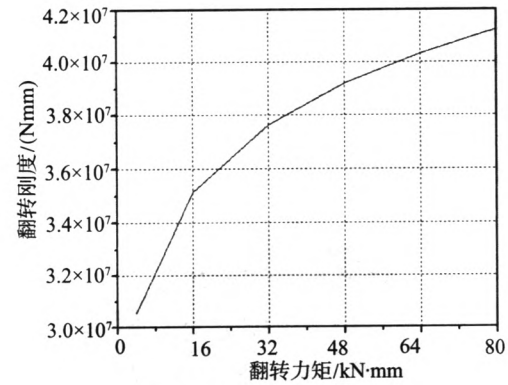



**图 11　赫兹解翻转刚度**

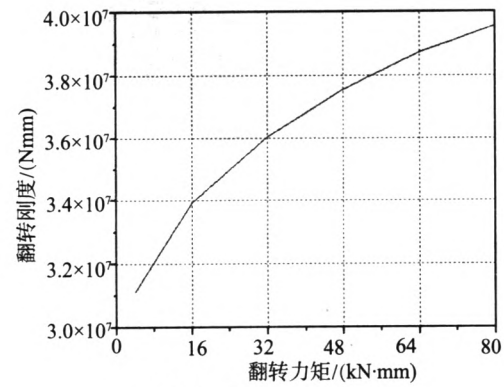



**图 12　有限元翻转刚度**



万方数据

无论是轴向刚度,还是翻转刚度,都随着载荷的增大而增大。这是因为随着载荷的增大,接触面积随之增大,增强了抗变形能力。并且,随着载荷增大,刚度的增加值逐渐变小。

## 4 结语

给出了基于经典赫兹理论的推导公式,并建立有限元模型对该推导公式进行验证。同时,两者结果都显示了转盘轴承非线性刚度的特性,为转盘轴承的设计选择提供了依据,具有一定的工程应用参考价值。

**参考文献:**

[1] Palmgren A. Ball and Roller Bearing Engineering[M],3rd ed. Burbank,Philadelphia,1959.

[2] 罗天宇,罗继伟. 圆柱滚子的弹性趋近量[J]. 轴承 2009(6):8-10.

[3] 刘丹丹,韩红彪,刘红彬. 三排滚柱式回转支承有限元分析[J]. 矿山机械 2010(14):58-62.

[4] 石亦平,周玉蓉.ABAQUS 有限元分析实例详解[M].北京:机械工业出版社,2007.

[5] 定龙建,洪荣晶,高学海.基于 ABAQUS 的回转支承非线性接触研究[J]. 煤矿机械 2010(12):68-70

**收稿日期:2012-09-19**

(上接第 18 页)

**表 3　优化部件结果**

| 变量名称 | 初始料厚 | 优化计算值 |
|---|---|---|
| 纵梁前段(L) | 2.0 | 2.5 |
| 纵梁后段 | 2.0 | 2.5 |
| 纵梁前段(R) | 2.0 | 1.2 |
| 拉杆横梁 | 2.0 | 1.7 |
| 后横梁 | 2.0 | 2.0 |
| 后纵梁盖板后段 | 1.5 | 1.3 |
| 后地板前横梁 | 1.5 | 1.2 |
| 纵梁前段上后加强件(L) | 1.5 | 1.2 |
| 纵梁前段上后加强件(R) | 1.5 | 1.7 |
| 后纵梁后连接板 | 2.0 | 1.7 |
| 纵梁前段内加强铁(R) | 1.5 | 1.0 |
| 纵梁前段上加强铁(L) | 1.5 | 1.0 |
| 纵梁前段上加强铁(R) | 1.5 | 1.0 |
| 前横梁外板 | 1.3 | 2.5 |
| 前横梁内板 | 1.2 | 2.2 |
| 纵梁前段内加强铁(L) | 1.5 | 2.5 |

根据表 3 调整值,对有限元模型重新赋值进行刚度和模态分析,得到新状态车架扭转刚度为 7 301.14 Nm/deg,有小幅提升;弯曲刚度为 2 603.6 N/mm,基本没有受到削弱;一阶扭转模态频率值为 12.0 Hz 提升了约 0.7 Hz。改进后车架质量为 116.5 kg,与修改前的 127.2 kg 相比,减少了 10.7 kg,占原车架总质量的 8.4%。优化前后车架主要性能对比如表 4 所示。

**表 4　优化前后主要性能对比**

| 性能指标 | 优化前 | 优化后 | 变化百分比 |
|---|---|---|---|
| 车架总质量(kg) | 127.2 | 116.5 | -8.4% |
| 车架一阶扭转频率(Hz) | 11.7 | 12.0 | +2.5% |
| 车架扭转刚度 | 7208.27 | 7301.14 | +1.3% |
| 车架弯曲刚度 | 2631.7 | 2603.6 | -1.1% |

可以看出轻量化效果明显,从轻量化设计的可行角度讲,厚度变化的零件,都可以在现有生产线利用原模具进行加工,改型生产的成本得到了控制。

## 4 结语

轻量化技术的内涵是采用现代化设计方法对产品进行优化设计,在确保其综合性能指标的情况下,尽可能降低总质量。本文在车架刚度及模态有限元分析的基础上,通过灵敏度分析,对影响车架结构性能的灵敏部件的厚度进行优化设计,加厚灵敏度高的部件,减薄对模态影响较小的部件,实现了轻量化目的。该分析流程同样适用于其他系统乃至整车模型,对产品后续开发有指导意义。

**参考文献:**

[1] 施颐,朱平,等.面向车身前部结构轻量化的试验设计方法研究[J].汽车技术,2010(2):46-50.

[2] Benedyk J.Lisht Metals in Automotive Applications. Lisht Metal-Age,2000,58(10):34-35.

[3] 陈鑫.轿车车身静刚度分析及结构优化研究[D]. 长春:吉林大学硕士学位论文,2002,17-45.

[4] 韩旭.基于刚度和模态性能的轿车车身轻量化研究[J]. 汽车工程,2007(7):545-549.

[5] 刘焕广.轿车白车身结构有限元及其试验分析[J].合肥:合肥工业大学硕士论文,2007(4):39.

[6] 陈国定,武力.轿车白车身结构的相对灵敏度分析[J].机械设计,2007(4):22-23.

**收稿日期:2012-08-23**



万方数据